

Determinação da posição por satélites do sistema GPS

Suponhamos 4 satélites (S_1, S_2, S_3 e S_4) em órbitas circulares à mesma altura da terra. Num determinado momento todos podem ser acessados (poderiam ser vistos com um telescópio poderoso) de um determinado ponto P na superfície da terra.

Todos eles mandam um sinal ao mesmo tempo, que devido às suas diferentes distâncias à P são recebidos em tempos ligeiramente diferentes. Como a velocidade da luz é uma constante, os tempos são diretamente proporcionais às distâncias:

$t(S_1P) = d(S_1P) / c$ $t(S_2P) = d(S_2P) / c$ $t(S_3P) = d(S_3P) / c$ $t(S_4P) = d(S_4P) / c$, onde c é a velocidade da luz.

As diferenças de tempo entre os sinais recebidos são:

$$\Delta t(S_1S_2) = t(S_1P) - t(S_2P) = [d(S_1P) - d(S_2P)] / c = \Delta d(S_1S_2) / c$$

$$\Delta t(S_2S_3) = t(S_2P) - t(S_3P) = [d(S_2P) - d(S_3P)] / c = \Delta d(S_2S_3) / c$$

$$\Delta t(S_3S_4) = t(S_3P) - t(S_4P) = [d(S_3P) - d(S_4P)] / c = \Delta d(S_3S_4) / c$$

Todas essas diferenças de tempo são registradas pelo aparelho GPS em P, porque cada sinal tem a informação do instante exato de seu envio (igual para todos). Pelas equações acima, isso implica no conhecimento das diferenças das distâncias entre os satélites e o GPS em P. Além disso, cada satélite possui, e pode enviar para o receptor, a informação de suas coordenadas no espaço.

A curva plana correspondente a todos os pontos com uma diferença fixa de distâncias entre 2 pontos é uma hipérbole. No caso dos pontos no espaço como os satélites, cada plano contendo 2 deles determina uma hipérbole correspondendo a essa diferença de distâncias. Para todos os planos que contém os 2 satélites, a superfície gerada será um hiperbolóide de revolução.

A intercessão de 2 dessas superfícies [por exemplo: as gerados por $\Delta d(S_1S_2)$ e $\Delta d(S_2S_3)$] será uma curva, e a intercessão dessa curva com a terceira superfície [no caso a gerada por $\Delta d(S_3S_4)$] resultará no máximo em 2 pontos de intercessão, correspondendo à possível localização do receptor GPS.

Para eliminar qualquer ambiguidade, um quinto satélite dará conta do recado.

Note-se que se todos os satélites giram em órbitas de mesma altura, seus relógios permanecem sincronizados. Embora o tempo nos relógios dos satélites corra mais depressa que num relógio em terra, devido ao efeito relativístico do maior potencial gravitacional, isso não conta para a determinação da posição, já que o relógio do receptor GPS em terra não precisa ser usado nos cálculos. Apenas a diferença entre os tempos de recepção dos sinais dos satélites é levada em conta, além de sua posição instantânea.